

**Unterrichtseinheit zur Förderung
des Beweisverständnisses
von Schüler:innen im 9. Jahrgang**

Allgemeine Informationen

Dr. Femke Sporn

Prof. Dr. Aiso Heinze

Prof. Dr. Daniel Sommerhoff

Allgemeine Informationen zur Unterrichtseinheit zum Beweisen

Im Rahmen der Unterrichtseinheit setzen sich die Schüler:innen mit Beweisen im Fach Mathematik auseinander und lernen in diesem Zusammenhang, welche Rolle diese für die Generierung von Evidenz in der Mathematik spielen, welche Funktionen Beweise einnehmen können und welche Regeln und Kriterien für die Akzeptanz von Beweisen entscheidend sind. Die Schüler:innen lernen, dass mathematische Aussagen einen Beweis benötigen, um deren Korrektheit sicherzustellen. Sie erkennen, dass dieser einerseits von unterschiedlicher Gestalt sein kann, andererseits aber gewisse Kriterien erfüllen muss, um als mathematischer Beweis akzeptiert werden zu können. Insgesamt wird durch die Unterrichtseinheit das Beweisverständnis der Schüler:innen adressiert und gefördert. Dies konnte bei zentralen Aspekten des Beweisverständnisses auch empirisch gezeigt werden.

Zu Beginn der Unterrichtseinheit erhalten die Schüler:innen in der ersten Doppelstunde einen Einblick in die Thematik „Beweise in der Mathematik“ und lernen zunächst kennen, was mathematische Aussagen sind und wie Beweise für diese aussehen können. Sie setzen sich in expliziter Form mit mathematischen Beweisen als Objekte auseinander. Die Schüler:innen erkennen, dass mathematische Beweise ganz unterschiedlich aussehen können, gleichzeitig aber bestimmte Kriterien erfüllen müssen, um als gültig akzeptiert werden zu können. Es wird die Frage aufgeworfen, wie sich solche Kriterien formulieren lassen, anhand derer entschieden werden kann, in welchen Fällen es sich um einen gültigen mathematischen Beweis handelt und in welchen nicht. In den drei darauffolgenden Unterrichtsstunden (Einzelstunden) erarbeiten die Schüler:innen mithilfe verschiedener Materialien solche Kriterien, um letztendlich die Frage beantworten zu können. Hausaufgaben können eingesetzt werden, um weitere Lerngelegenheiten und Anwendungsmöglichkeiten der Inhalte zu schaffen.

Die Materialien und weiterführende Informationen für die Unterrichtsstunden stehen zur Verfügung und können bei Bedarf an die Gegebenheiten angepasst werden. Zu Beginn jeder Einzelstunde werden die bereits auf den Arbeitsblättern gesicherten Ergebnisse der jeweiligen vorherigen Unterrichtsstunde zusätzlich auf einem Plakat gesichert und visualisiert (eine grobe digitale Vorlage zur Orientierung/Struktur steht zur Verfügung: *Plakat_Struktur*). So werden die Inhalte wiederholt, eine Anknüpfung der neuen Inhalte an bereits erarbeitete Inhalte wird ermöglicht und außerdem werden die Inhalte der Unterrichtseinheit in den anderen Mathematikstunden präsent und können dort (auch langfristig im Klassenzimmer) genutzt werden. Bei Interesse kann zusätzlich die digitale Version genutzt werden.

Im Rahmen einer empirischen Studie, wurde die Unterrichtseinheit evaluiert, indem die einzelnen Unterrichtsstunden im zweiten Halbjahr in zwei Klassen eines 9. Jahrgangs eingesetzt wurden. Zwischen den vier Terminen wurde jeweils ein Abstand von etwa 3 Wochen eingehalten. Es zeigte sich, dass die Lernenden nach der Unterrichtseinheit ein signifikant besseres Wissen über mathematische Beweise hatten als die Schüler:innen aus zwei Kontrollklassen, die das Material der Unterrichtseinheit nicht verwendeten. Dass die Unterrichtseinheit in einem Block durchgeführt wird, wäre möglich.

Stundenübersicht

	Zentrale Inhalte der Unterrichtsstunde	Zeitungfang
1	Rolle und Funktionen mathematischer Beweise Mathematische Aussagen - Struktur (Voraussetzung und Behauptung) Beweisversuche - Nicht jeder Beweisversuch stellt einen validen mathematischen Beweis dar. - Beweisversuche können zwar überzeugend sein, müssen aber kein korrekter Beweis sein. - Problematisierung: Es müssen Kriterien erarbeitet werden, anhand derer entschieden werden kann, wann ein Beweis als gültiger mathematischer Beweis akzeptiert werden kann und wann nicht.	90 Minuten
2	Kriterien mathematische Beweise 1 - Beispiele sind nicht als Argumente in mathematischen Beweisen (außer Existenzbeweisen) zulässig - Begründungen basierend auf einer höheren Autorität (Schulbuch, Lehrkraft) sind nicht in mathematischen Beweisen zulässig. Subjektive Überzeugung vs. Validität - Beweisversuche können von der Korrektheit einer Aussage überzeugen, müssen aber trotzdem keine validen Beweise darstellen.	45 Minuten
3	Kriterien mathematische Beweise 2 - Zirkelschlüsse (Behauptung wird als Argument genutzt) werden als unzulässig für mathematische Beweise identifiziert. - Allgemeiner: unbewiesene Aussagen sind nicht als Argumente in einem mathematischen Beweis zulässig.	45 Minuten
4	Kriterien mathematische Beweise 3 - Ob ein Beweisversuch als gültiger mathematischer Beweis akzeptiert werden kann, ist kontextgebunden und kann nicht unbedingt eindeutig entschieden werden. - Problematik der Lückenlosigkeit in einem mathematischen Beweis	45 Minuten

Weiterführende Publikationen

Sporn, F., Sommerhoff, D., & Heinze, A. (2022). Students' knowledge about proof and handling proof. in C. Fernández, S. Llinares, Á. Gutiérrez, & N. Planas (Hrsg.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Band 4, S. 27-34). Spanien, Alicante: PME.