

Um uns der Beantwortung der Fragen *Wann ist ein Beweis richtig? Wann ist ein Beweis falsch?* zu nähern, wird im Folgenden ein gültiger und ein ungültiger Beweis für den Satz des Pythagoras betrachtet.

### Satz des Pythagoras

Ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den Kathetenlängen a und b sowie der Hypotenusenlänge c gegeben, dann gilt

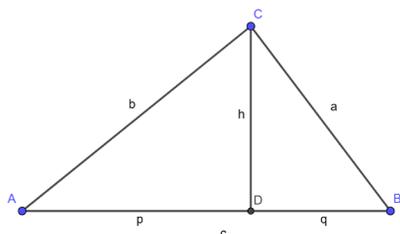
$$a^2 + b^2 = c^2.$$

### Aufgabenstellung

1. **Gib** die beiden untenstehenden Beweisversuche in eigenen Worten **wieder**.
2. **Formuliere** eine Regel, die vorgibt, welche Art von Argumenten in einem mathematischen Beweis nicht zugelassen sind.

#### Akzeptabler Beweisversuch

Betrachte ein beliebiges Dreieck ABC mit rechtem Winkel bei C. Ist D der Schnittpunkt der Höhe über C mit der Strecke  $\overline{AB}$ , dann entstehen zwei neue Dreiecke, nämlich ADC und DBC.



Die drei Dreiecke ABC, DBC und ADC sind ähnlich nach dem WWW-Ähnlichkeitssatz. Dann folgt

$$\frac{a}{q} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow a^2 = cq$$

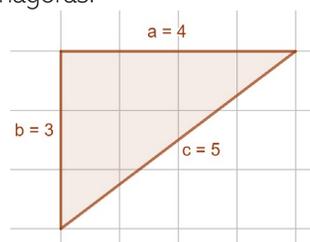
$$\frac{b}{p} = \frac{c}{b} \Leftrightarrow b^2 = cp$$

Damit folgt durch Addition und Ausklammern  $a^2 + b^2 = cq + cp = c \cdot (q + p) = c \cdot c = c^2$ .

Damit ist der Satz des Pythagoras bewiesen.

#### Nicht akzeptabler Beweisversuch

Betrachte zwei rechtwinklige Dreiecke. Das erste Dreieck hat die Kathetenlängen 3 cm und 4 cm. Für die Hypotenuse ergibt sich aus der Grafik die Länge von 5 cm. Es gilt  $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$ , also der Satz des Pythagoras.



Das zweite Dreieck hat die Kathetenlängen 5 cm und 12 cm. In diesem Fall ergibt sich aus einer entsprechenden Grafik eine Länge von 13 cm für die Hypotenuse.

Es gilt der Satz des Pythagoras, denn es ist  $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ .

Damit ist der Satz des Pythagoras bewiesen.

**Regel 1** (Nicht akzeptable Argumente für mathematische Beweise)

**ACHTUNG!** Es gibt Situationen, in denen \_\_\_\_\_ für einen gültigen Beweis ausreichen.

3. **Beschreibe** mathematische Aussagen, für die \_\_\_\_\_ als Beweis ausreichen.