

Es wurden bereits gültige und ungültige Beweise für den Satz des Pythagoras betrachtet.

Satz des Pythagoras

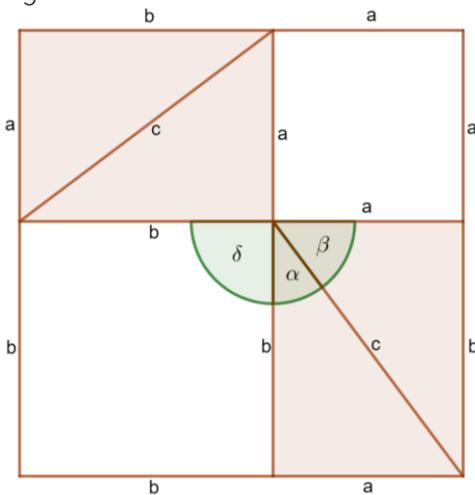
Ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den Katheten a und b sowie der Hypotenuse c gegeben, dann gilt

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Hier siehst du einen weiteren **gültigen Beweis** für den Satz des Pythagoras, welcher auch als *Legebeweis* bekannt ist.

Legebeweis für den Satz des Pythagoras

Es werden vier gleiche rechtwinklige Dreiecke ABC mit den Katheten a und b sowie der Hypotenuse c genutzt. Die Dreiecke werden in einem Quadrat mit der Seitenlänge $a + b$ so hingelegt, wie in der **linken Skizze** dargestellt.



Diese linke Skizze ist allgemeingültig (also für jedes rechtwinklige Dreieck erfüllt), denn für jedes rechtwinklige Dreieck ABC gilt $\alpha + \beta = 90^\circ$, da ein Dreieck eine Innenwinkelsumme von 180° besitzt. Also entstehen aus den vier rechtwinkligen Dreiecken zwei Rechtecke, die genau ins Quadrat mit der Seitenlänge $a + b$ passen. Dann muss auch der Winkel δ ein rechter Winkel sein, sodass die weißen Flächen jeweils Quadrate sind und ihre Flächeninhalte durch a^2 beziehungsweise b^2 berechnet werden können.

Dann werden die vier rechtwinkligen Dreiecke in dem Quadrat mit der Seitenlänge $a + b$ so hingelegt, wie in der **rechten Skizze** dargestellt.

Mit dem gestreckten Winkel und $\alpha + \beta = 90^\circ$ ergibt sich $\delta = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Also handelt es sich bei der weißen Fläche um ein Quadrat der Fläche c^2 .

Da die vier rechtwinkligen Dreiecke innerhalb des Quadrats mit der Seitenlänge $a + b$ nur umgelegt wurden, müssen die weißen Flächen jeweils gleich groß sein und es ergibt sich $a^2 + b^2 = c^2$.

Damit ist der Satz des Pythagoras bewiesen.

Begründe, warum der Beweis ungültig wäre, wenn die Erklärung über den Winkel δ nicht angegeben wäre.

Der Beweis wäre ohne die Erklärung über den Winkel δ nicht gültig, da dann das Argument, dass jeweils an den Punkten in der rechten Abbildung, an denen die Strecken a , b und c aufeinandertreffen ein gestreckter Winkel vorliegt, lediglich aus der Anschauung heraus generiert würde.

Argumente, die aus einer Anschauung heraus generiert werden, sind in mathematischen Beweisen aber nicht zulässig.